

## Die SRT und Probleme mit dem Energiesatz

Der Energieerhaltungssatz gehört in der Naturwissenschaft zu den Erfahrungssätzen, deren Richtigkeit sich immer und immer wieder bestätigt hat und aufgrund dessen wir getrost zu der Aussage gelangen können, dass eine Theorie bzw. ein Modell, das mit nur einer Aussage gegen diesen Erfahrungssatz verstößt, keinen Bestand haben kann.

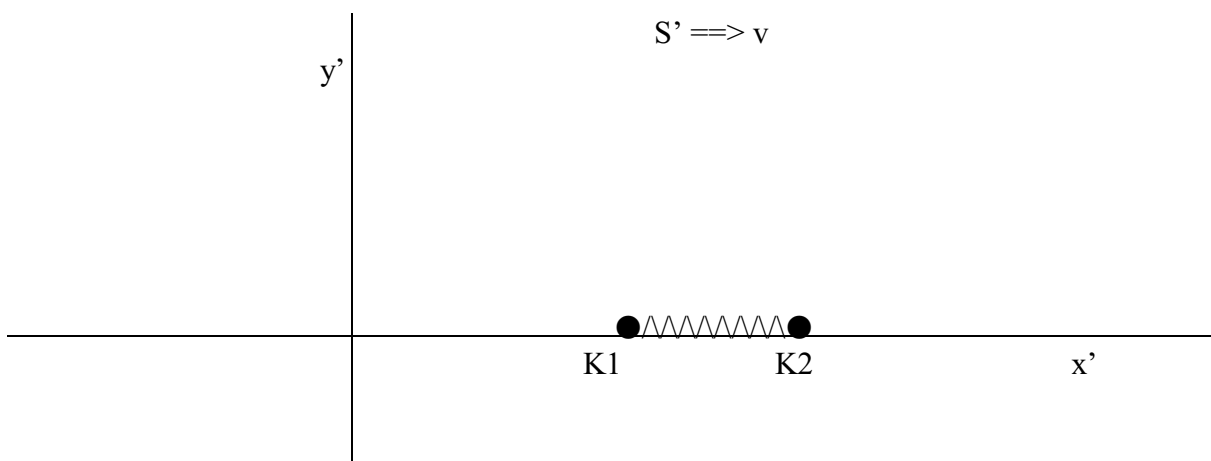
Die SRT hat bisher dem Energieerhaltungssatz entsprochen. Trotz dieser Erfahrung wird nachfolgend eine bestimmte Kategorie von Fallkonstellationen angesprochen, die nach Auffassung des Verfassers die Einhaltung des Energiesatzes in der SRT zumindest fraglich erscheinen lässt. Die Kritik resultiert dem Grunde nach aus der SRT-Folgerung, dass zwei (oder auch mehr) Ereignisse, die in einem System gleichzeitig stattfinden, diese in dem dazu relativ bewegten System nicht als gleichzeitig wahrgenommen werden. Dadurch differieren auch die Energiezustände zeitlich gesehen und weisen daher in der Summe nicht mehr der Gesamtenergie auf. Oder umgekehrt: die Einhaltung des Energieerhaltungssatzes erzwingt, dass in beiden Systemen die betrachteten Ereignisse gleichzeitig stattfinden, was natürlich der SRT widerspricht.

Um die angekündigte Kritik zu konkretisieren, gehen wir von der gängigen Situation aus, in der ein System  $S'$  sich gegenüber einem ruhenden System  $S$  mit der konstanten, relativen Geschwindigkeit  $v$  bewegt. Wir wissen aus der SRT, dass dann zwei (oder auch mehr) Ereignisse, die in  $S'$  an unterschiedlichen Stellen auf der  $x'$ -Achse gleichzeitig aufgetreten sind, in  $S$  nicht als gleichzeitig bzw. ungleichzeitig wahrgenommen werden. Aufgrund der Relativität gilt dies auch umgekehrt für gleichzeitige Ereignisse auf der  $x$ -Achse in  $S$ , die dann in  $S'$  als ungleichzeitig gemessen werden.

### Fallkonstellation I

Wir betrachten in  $S'$  eine zusammengedrückte Feder an deren Enden jeweils massegleiche Kugeln  $K1$  und  $K2$  angebracht sind und unterscheiden die zwei folgenden Situationen in  $S'$  :

1. Die Feder ist zusammengedrückt mit Kugeln  $K1$  und  $K2$  an den jeweiligen Enden



Daraus ergibt sich problemlos die Gesamtenergie  $E'g$  in  $S'$  dieses Gebildes zu

$$E'g = 2m_0c^2 + E'f$$

mit  $E'f$  als Energie der zusammengedrückten Feder (die Federmasse sei unbeachtlich) und  $2m_0c^2$  als Energie der Ruhemasse beider Kugeln.

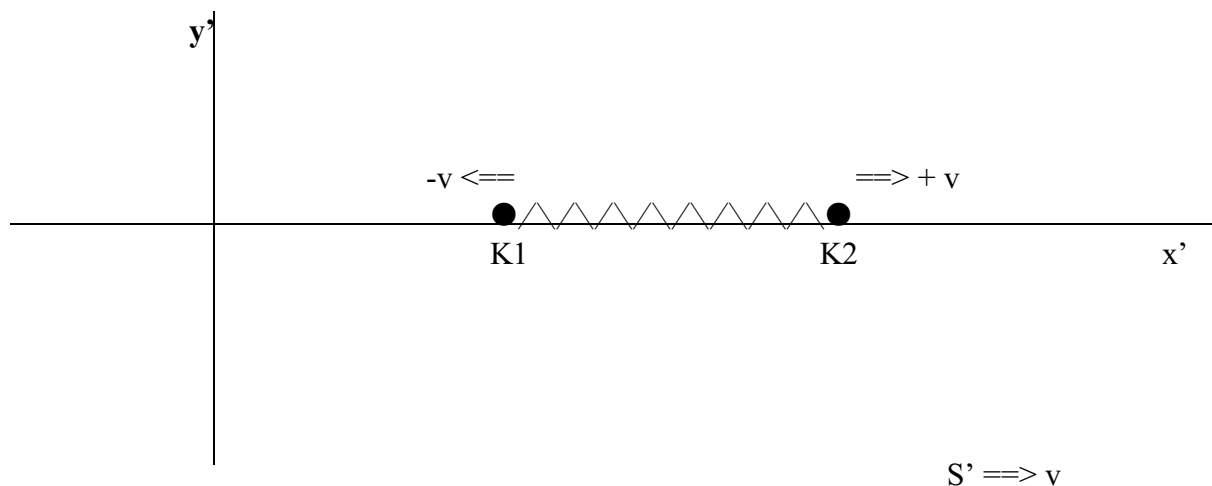
In S erhalten wir dann die Gesamtenergie  $E_g$  gemäß den Transformationsgleichungen für Energie zu

$$I.1 \quad E_g = k (E'g + vP'x) = k E'g$$

(da das Gebilde in  $S'$  ruht, ist  $P'x = 0$ ) mit  $k = 1 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$

2. Die Feder wird an beiden Enden in  $S'$  gleichzeitig losgelassen. Die Feder entspannt sich und hat ihre gesamte Energie an die Kugel abgegeben. In  $S'$  haben dann die Kugeln ihre maximale Geschwindigkeit bzw. ihr Bewegungsenergiemaximum **gleichzeitig** erreicht. Aufgrund des Energieerhaltungssatzes bleibt die Gesamtenergie unverändert.

Wir betrachten nun Situation 2 und nehmen vereinfachend an, dass das Geschwindigkeitsmaximum der Kugeln betragsmäßig gleich der Geschwindigkeit  $v$  ist, mit der sich  $S'$  gegenüber  $S$  bewegt. Die eine Kugel, sei diese  $K1$ , habe die maximale Geschwindigkeit  $-v$  in  $S'$ . In  $S$  ruht sie dann. Die andere,  $K2$  genannt, hat in diesem Augenblick die maximale Geschwindigkeit  $+v$ . Diese beiden "Ereignisse" finden in  $S'$  gleichzeitig ( $t'1 = t'2$ ) statt. **Daraus folgt gemäß der SRT, dass sie in  $S$  nicht gleichzeitig stattfinden .**



Die Gesamtenergie steckt nun aus  $S'$ -Sicht nur in den beiden Kugeln (die Federmasse sei unbeachtlich- die Feder selbst ist zu diesem Zeitpunkt entspannt) und berechnet sich daher zu  $E'g = 2kmoc^2$ . Da die Energie in  $S'$  gegenüber der Ausgangssituation 1 nur umgewandelt ist und der Energiesatz gilt, war auch die Energie  $E'g$  zum Zeitpunkt der Ausgangssituation gleich  $2kmoc^2$ , woraus  $E_g = kE'g = 2k^2moc^2$  folgt (siehe I.1 oben).

Wir schauen uns jetzt in  $S$  die Situation an, in der  $K2$  sein Geschwindigkeitsmaximum erreicht hat. In  $S'$  sei dies zum Zeitpunkt  $t'2$ , **in  $S$  sei es dann  $t2$** . Diese Geschwindigkeit von  $K2$  (sie ist in  $S'$  gleich  $v$ !) wird in  $S$  gemäß des Additionstheorems für Geschwindigkeiten mit  $u^{\otimes} = 2v / (1 + v^2/c^2)$  gemessen. Die Energie von  $K2$  ist dann in  $S$

$$EK2 = h moc^2 \quad \text{mit } h = 1/\sqrt{1-u^{\otimes 2}/c^2} \quad \Rightarrow \quad EK2 = k^2 moc^2 + moc^2 (v^2/(c^2-v^2)).$$

Die Gesamtenergie  $E_g = 2k^2 m_0 c^2$  muss natürlich aufgrund des Energieerhaltungssatzes gleich bleiben. Die Energiedifferenz muss dann von K1 und eventuell aus der Feder kommen.

Die Energiedifferenz ergibt sich nun aus der Gesamtenergie abzüglich der Energie  $E_{K2}$ . Es gilt:

$$\begin{aligned} E_g - E_{K2} &= 2k^2 m_0 c^2 - (k^2 m_0 c^2 + m_0 c^2 (v^2/(c^2-v^2))) = k^2 m_0 c^2 - m_0 c^2 (v^2/(c^2-v^2)) \\ &= m_0 c^2 \frac{1}{(1 - v^2/c^2)} - m_0 c^2 \frac{v^2}{(c^2-v^2)} \\ &= \frac{c^2 m_0 c^2}{(c^2-v^2)} - \frac{v^2 m_0 c^2}{(c^2-v^2)} = m_0 c^2 \end{aligned}$$

und  $m_0 c^2$  ist die Ruheenergie von K1, **also ruht K1 in S zum Zeitpunkt t2**. Mithin hat aus S-Sicht K2 sein Geschwindigkeitsmaximum zum Zeitpunkt t2 und zum gleichen Zeitpunkt ruht K1 in S.

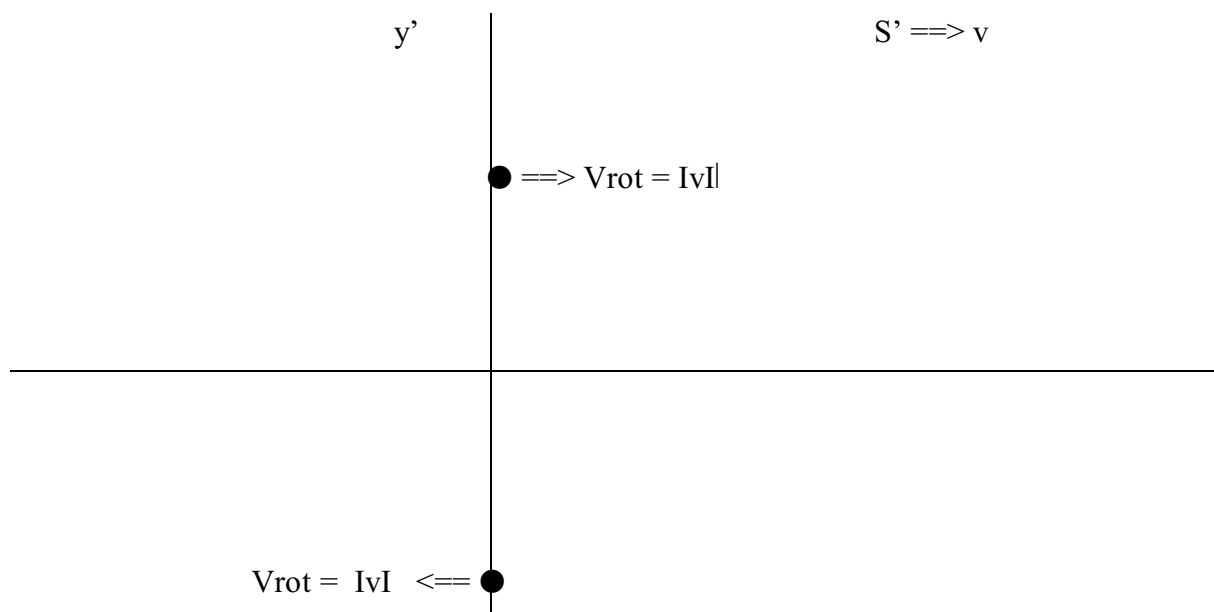
Diese Situation (Geschwindigkeitsmaximum von K2 und K1 ruht in S) stellt sich aber auch in  $S'$  als gleichzeitig dar (siehe oben). Das ist aber ein Widerspruch zur SRT. Es kann nicht sein, dass diese beiden Ereignisse sowohl in  $S'$  als auch in S als gleichzeitig angesehen werden.

### Fallkonstellation II

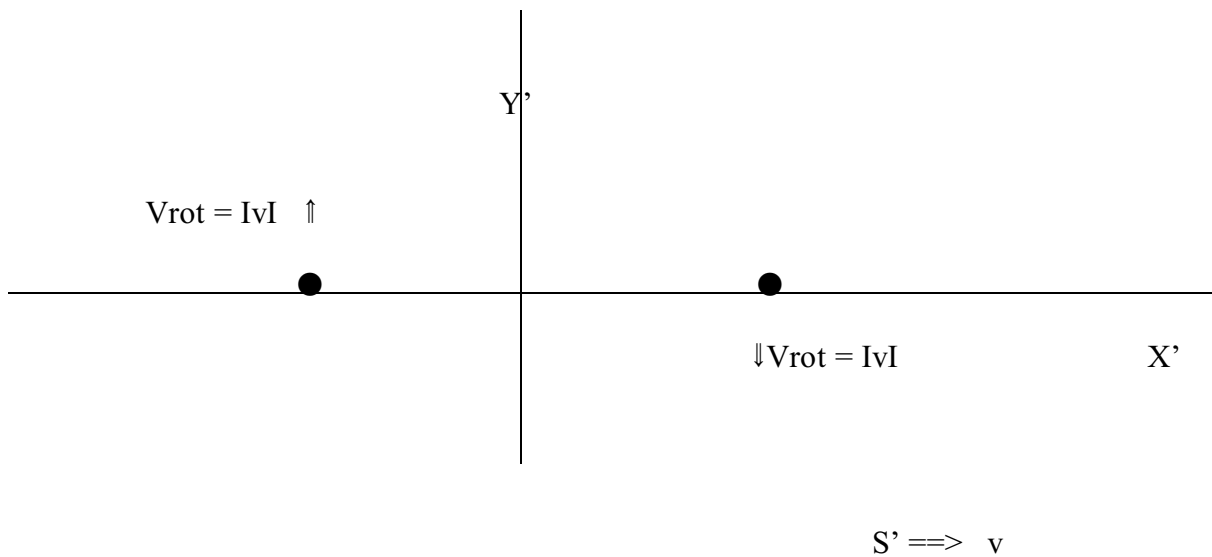
Betrachten wir nun eine Hantel, die im System  $S'$  rotiert. Die relevante Masse der Hantel sei durch die Hantelkugeln gegeben. Der Einfachheit halber sei die Rotationsgeschwindigkeit gleich dem Betrag von  $v$ , also  $V_{rot} = |v|$ . Wir unterscheiden zwei Situationen:

1. Die Hantel schneidet die  $y'$ -Achse, d. h. ihre beiden Kugeln kreuzen gleichzeitig die  $y'$ -Achse. Wegen  $y = y'$  werden auch in S diese beiden Ereignisse als gleichzeitig angesehen.

In  $S'$  wird die Gesamtenergie der Hantel (das die beiden Hantelkugeln verbindende Stück möge massenmäßig zu vernachlässigen sein) zu  $E'_g = km_0 c^2 + km_0 c^2 = 2km_0 c^2$  gemessen. In S ergibt sich dann als Gesamtenergie  $E_g = k(E'_g + vP'_x) = kE'_g = 2k^2 m_0 c^2$  mit  $P'_x = 0$ , da die  $x'$ -Impulskomponenten der Kugeln entgegengesetzt gerichtet sind und der Gesamtimpuls in  $S'$  in  $x'$ -Richtung mithin Null ist.



2. Die Hantel schneidet die  $x'$ -Achse. In  $S'$  kreuzen dann die beiden Kugeln die  $x'$ -Achse gleichzeitig. **In  $S$  ist dies ein ungleichzeitiger Vorgang.**



Wir betrachten jetzt Situation 2 aus  $S$ -Sicht zu dem Zeitpunkt, in dem eine der Kugeln die  $x'$ -Achse bzw die  $x$ -Achse schneidet. Die Energie  $E_K$  dieser Kugel ergibt sich in  $S$  aus Ihrer Gesamtgeschwindigkeit  $V_K$  gegenüber  $S$ , die sich wiederum aus der  $x$ - und  $y$ -Geschwindigkeitskomponente ermitteln lässt.

$$\text{Also } V_K = \sqrt{V_{Kx}^2 + V_{Ky}^2} \quad \text{mit } V_{Kx}^2 = v^2 \text{ und } V_{Ky}^2 = v^2/k^2$$

(Es gilt gemäß der Transformationsgleichung für Geschwindigkeitskomponenten in  $y$ -Richtung  $V_{Ky} = V'Ky/k$  und  $V'Ky^2 = V_{rot}^2 = v^2 \implies V_{Ky}^2 = v^2/k^2$ )

$$\implies V_K = \sqrt{v^2 + v^2/k^2} = (v/c) \sqrt{2c^2 - v^2}$$

$$\text{Und damit } E_K = mc^2 / \sqrt{1 - V_K^2/c^2} = mc^2 / \sqrt{1 - (v/c)^2(2c^2 - v^2)/c^2} = k^2 mc^2$$

Das heißt, dass die Kugel, die gerade aus  $S$ -Sicht die  $x$ -Achse schneidet, in  $S$  die Energie  $k^2 mc^2$  innehat. Das ist gerade die Hälfte der Gesamtenergie  $E_g$ . Folglich muss zu diesem Zeitpunkt die andere Kugel die gleiche Energie  $k^2 mc^2$  aufweisen (die Gesamtenergie muss ja gleichbleibend sein) Dies ist aber allein schon aus Symmetriegründen nur dann der Fall, wenn auch diese andere Kugel gerade die  $x$ -Achse schneidet. Folge: Beide Kugeln schneiden auch aus  $S$ -Sicht ebenfalls die  $x$ -Achse gleichzeitig. Es kann aber nach der SRT nicht sein, dass diese beiden Ereignisse sowohl in  $S'$  als auch in  $S$  gleichzeitig geschehen. Also Widerspruch.